Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ
9 класс
3 октября 2019 года
Вариант MA1990103

Выполнена: ФИО_____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

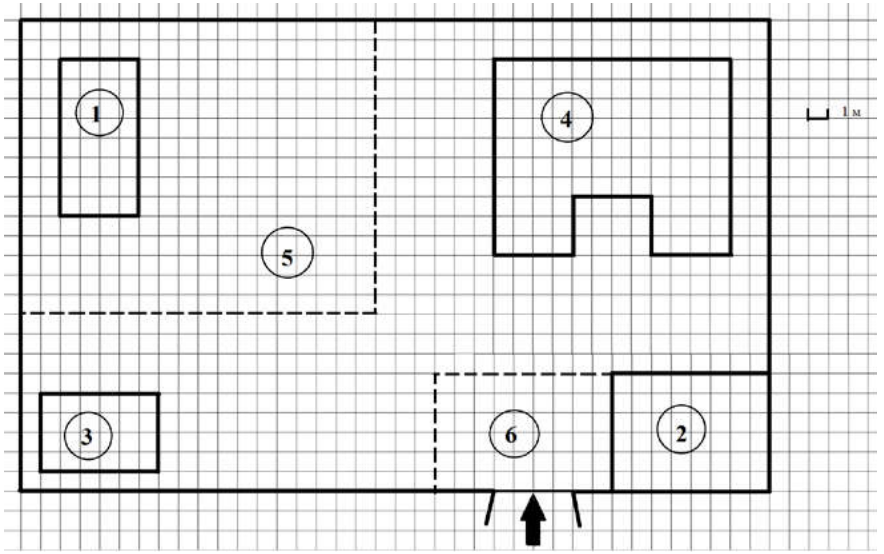
Желаем успеха!

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Иволгино, 5-й Заречный пер, д. 3 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа — гараж. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется теплица, расположенная на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Перед гаражом имеется площадка, вымощенная тротуарной плиткой размером $0{,}2\ \text{м} \times 0{,}1\ \text{м}$ и отмеченная на плане цифрой 6.

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	гараж	теплица	жилой дом	сарай
Цифры				

2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 40 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

3 Найдите расстояние между противоположными углами гаража (длину диагонали) в метрах.

Ответ: _____.

4 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 15 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.) до 16 тонн (руб.)	Специальные условия
А	11,86	7000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 65 000 руб.
Б	13,18	6000	Доставка со скидкой 50 %, если сумма заказа превышает 60 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

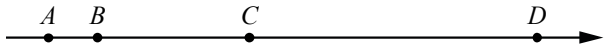
Ответ: _____.

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

6 Найдите значение выражения $-0,2\cdot(-10)^2+55$.

Ответ: _____.

7 На координатной прямой точки A, B, C и D соответствуют числам $0,29$; $-0,02$; $0,109$; $0,013$.



Какой точке соответствует число $0,109$?

1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

8 Найдите значение выражения $\left(\sqrt{37}-5\right)\left(\sqrt{37}+5\right)$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение $(-x-4)(3x+3)=0$.
Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

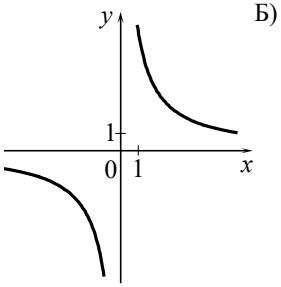
10 У бабушки 25 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

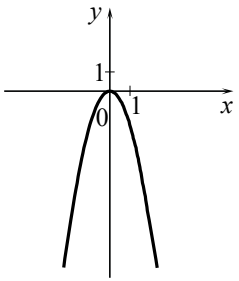
Ответ: _____.

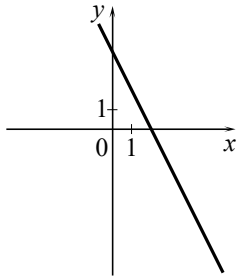
© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) 

Б) 

В) 

ФОРМУЛЫ

1) $y=\dfrac{6}{x}$ 2) $y=-2x+4$ 3) $y=-2x^2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Последовательность (a_n) задана условиями

$$a_1=5,\ a_{n+1}=a_n+3.$$

Найдите a_8.

Ответ: _____.

13 Найдите значение выражения $\dfrac{xy+y^2}{15x}\cdot\dfrac{3x}{x+y}$ при $x=9{,}5,\ y=-6$.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

14 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S=\dfrac{d_1d_2\sin\alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2, если $d_1=6$, $\sin\alpha=\dfrac{3}{7}$, а $S=18$.

Ответ: _____.

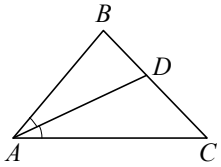
15 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases}-12+3x<0,\\ 9-4x>-23.\end{cases}$$

1) $(-\infty;8)$
2) $(-\infty;4)$
3) $(4;8)$
4) $(4;+\infty)$

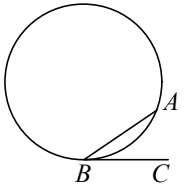
Ответ: ☐

16 В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC=46°$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

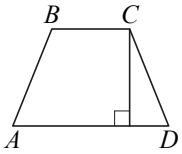
17 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна $56°$. Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

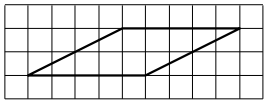
© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

18 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C, делит основание AD на отрезки длиной 17 и 19. Найдите длину основания BC.



Ответ: _____.

19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

20 Какие из следующих утверждений верны?

1) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
2) Диагонали ромба перпендикулярны.
3) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21 Решите неравенство $(x-5)^2<\sqrt{7}(x-5)$.

22 Баржа прошла по течению реки 80 км и, повернув обратно, прошла ещё 60 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

23 Постройте график функции

$$y=\frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком общих точек.

24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK=6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC.

25 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

26 Углы при одном из оснований трапеции равны $80°$ и $10°$, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 20 и 17. Найдите основания трапеции.

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите неравенство $(x-5)^2 < \sqrt{7}(x-5)$.

Решение.
Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-5)\left(x-5-\sqrt{7}\right)<0,$$

откуда $5 < x < 5+\sqrt{7}$.
Ответ: $(5;\,5+\sqrt{7})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

22 Баржа прошла по течению реки 80 км и, повернув обратно, прошла ещё 60 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.
Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\frac{80}{v+5}+\frac{60}{v-5}=10;$$

$$80v-400+60v+300=10v^2-250;$$

$$v^2-14v-15=0,$$

откуда $v=15$.
Ответ: 15 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

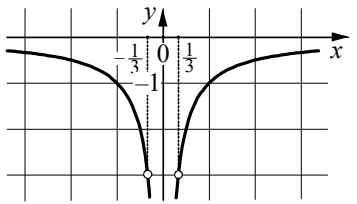
23 Постройте график функции

$$y=\frac{3|x|-1}{|x|-3x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y=kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\dfrac{3|x|-1}{|x|-3x^2}=\dfrac{3|x|-1}{|x|\cdot(1-3|x|)}=-\dfrac{1}{|x|}$ при условии, что $x\neq\dfrac{1}{3}$ и $x\neq-\dfrac{1}{3}$.
Построим график.



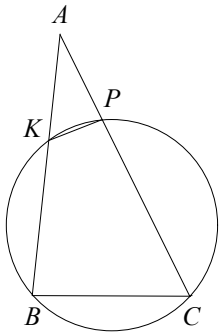
Прямая $y=kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $\left(-\dfrac{1}{3};-3\right)$ или через точку $\left(\dfrac{1}{3};-3\right)$. Получаем, что $k=-9$, $k=0$ или $k=9$.
Ответ: $k=-9$; $k=0$; $k=9$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

24 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C. Найдите длину отрезка KP, если $AK = 6$, а сторона AC в 1,5 раза больше стороны BC.

Решение.



Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180°$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180°. Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$.

В треугольниках ABC и APK угол A общий, $\angle KBC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\frac{AK}{KP} = \frac{AC}{BC} = 1{,}5$, откуда получаем, что $KP = \frac{AK}{1{,}5} = 4$.

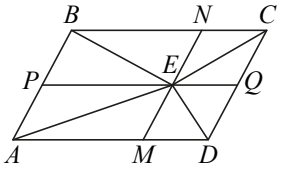
Ответ: 4.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

25 Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.



Проведём через точку E прямые MN и PQ, параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки EA, EB, EC, ED являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.

Пусть площади треугольников BEN, CEN, AEM и DEM равны S_1, S_2, S_3, S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

$$2\left(S_1 + S_2 + S_3 + S_4\right),$$

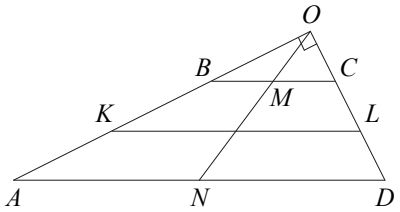
а сумма площадей треугольников BEC и AED равна $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.

26 Углы при одном из оснований трапеции равны $80°$ и $10°$, а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 20 и 17. Найдите основания трапеции.

Решение.
Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $80°+10°=90°$, так что это большее основание AD.
Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD=180°-(80°+10°)=90°$.



Пусть N — середина основания AD. Тогда $ON=\frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD. Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD, параллельный стороне AD, она пересекает основание BC также в его середине M.

Значит, $OM=\frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN=\frac{AD-BC}{2}$. Средняя линия KL трапеции при этом равна $\frac{AD+BC}{2}$.

Получаем

$$AD=MN+KL=20+17=37,$$
$$BC=KL-MN=20-17=3.$$

Ответ: 37; 3.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	*Максимальный балл*

© СтатГрад 2019–2020 уч. г.