

1 (базовый уровень)

Тема: Вычисления с помощью программы Калькулятор или электронных таблиц.

Что нужно знать:

- Аргумент тригонометрических функций (синус, косинус, тангенс) задаётся в радианах (это важно, если вы решили воспользоваться Калькулятором).
- Использовать для решения таких задач Калькулятор не рекомендуется, потому что в этом случае очень сложно бороться с почти неминуемыми ошибками. Причина в том, что вы не видите всю формулу, а видите только число на индикаторе. Всё остальное приходится удерживать в памяти.

Пример задания:

P-01. С помощью программы Калькулятор или электронных таблиц вычислите значение выражения $\sqrt{1 + \cos(3,53\pi)} \cdot 10 \cdot 310$. В ответе запишите только целую часть результата.

На что обратить внимание:

- аргумент функции косинус задаётся в радианах
- под знаком квадратного корня находится сумма $1 + \cos(3,53\pi) \cdot 10$
- полученное значение не нужно округлять по обычным правилам округления, нужно взять его целую часть (округлить «вниз»)

Решение (электронные таблицы):

- 1) формула в Excel:
`=КОРЕНЬ(1+COS(3,53*ПИ()))*10)*310`
- 2) формула в Calc:
`=SQRT(1+COS(3,53*PI()))*10)*310`
- 3) результат: 431,9005546409
- 4) Ответ: **431**

Важно: не нужно выполнять округление с помощью электронной таблицы, уменьшая количество знаков в дробной части до нуля; при таком округлении получается неверный ответ 432.

Решение (программа):

- 1) программа на языке Python:

```
from math import sqrt, cos, pi
print( sqrt(1 + cos(3.53*pi)*10)*310 )
```
- 2) программа на языке Pascal:

```
begin
writeln( sqrt(1 + cos(3.53*pi)*10)*310 );
end.
```
- 3) программа на языке C++:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
int main(){
std::cout << sqrt(1 + cos(3.53*M_PI)*10)*310;
}
```
- 4) вывод программы: 431.9005546408702
- 5) Ответ: **431**

Решение на алгоритмическом языке среды КуМир (Б.С. Михлин):

1) В алгоритмическом языке КуМир, к сожалению, нет ни константы, ни функции со значением числа π . Его значение, конечно, полезно помнить (например, нетрудно запомнить до десяти и более цифр после запятой¹), но это не обязательно.

2) Значение числа π легко получить:

– через стандартный Калькулятор Windows:

- перейти в режим Инженерный,
- нажать клавишу π ,
- после появления на экране числа 3,1415926535897932384626433832795 скопировать это значение в буфер обмена (Ctrl+C),
- вставить в нужное место программы (Ctrl+V),
- заменить запятую в числе π на точку.

– через тригонометрические формулы:

$$\begin{aligned}\pi &= 4 \cdot \operatorname{arctg}(1) = 4 \cdot \operatorname{arcctg}(1) = 2 \cdot (\arcsin(x) + \arccos(x)) \\ &= 2 \cdot (\operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arcctg}(x)), \text{ где } x - \text{любой угол (например, } 0 \text{ радиан).}\end{aligned}$$

Эти формулы легко получить из следующих известных равенств:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg}(45^\circ) &= \operatorname{tg}(\pi/4) = 1, \\ \operatorname{ctg}(45^\circ) &= \operatorname{ctg}(\pi/4) = 1, \\ \arcsin(x) + \arccos(x) &= \pi/2, \\ \operatorname{arctg}(x) + \operatorname{arcctg}(x) &= \pi/2.\end{aligned}$$

3) При вычислении на КуМир формулы дают значение числа π с несколько меньшей, но вполне достаточной точностью : 3.14159265358979310.

4) Форматный вывод (как в Паскале, например, вывод π :0:17) работает только в КуМир 2.1.0 (в КуМир 1.9.0 не работает).

5) Тангенс, котангенс и др. тригонометрические функции в КуМир пишутся так, как принято у нас в математической литературе: $\operatorname{tg}(x)$, $\operatorname{ctg}(x)$. В других языках программирования и электронных таблицах используется англо-американский стандарт написания тригонометрических функций и поэтому, например, тангенс пишется как $\tan(x)$.

6) Чтобы быстро узнать список используемых в КуМир тригонометрических и др. функций, можно выбрать в меню Инфо - Конструкции языка. Далее см. Встроенные алгоритмы. Щелкнув по интересующей в списке функции можно получить о ней более подробную информацию.

7) программа на алгоритмическом языке (для версии КуМир 2.1+):

```
алг К1_P01
нач
  |КуМир 2.1.0
  |Значение "пи" скопированное с Калькулятора Windows
  вещ пи=3.1415926535897932384626433832795 |"пи", 31 цифра
  вывод (1+cos(3.53*пи)*10)**.5*310:0:17,нс
  |Значение "пи" полученное по формулам
  пи:=4*arctg(1)
  вывод 'пи=',пи:0:17, нс |"пи" с точностью 15 цифр

  пи:=4*arcctg(1)
  вывод "пи=",пи:0:17, нс |пи=3.14159265358979310
```

¹ Для запоминания числа π есть специальные стихи.

```
пи:=2*(arcsin(0)+arccos(0)) | вместо 0 может быть любой угол
вывод "пи=",пи:0:17, нс
```

```
пи:=2*(arctg(0)+arcctg(0)) | вместо 0 может быть любой угол
вывод "пи=",пи:0:17, нс
```

```
| Результат решения K1_P01 с "пи" полученным по формулам выше
вывод (1+cos(3.53*пи)*10)**.5*310:0:17, нс
```

```
| Варианты извлечения корня
вывод (1+cos(3.53*пи)*10)**(1/2)*310:0:17, нс | в степени (1/2)
вывод sqrt(1+cos(3.53*пи)*10)*310:0:17, нс | через функцию sqrt
```

```
| Решение по частям
вещ кос, кор | косинус, корень
кос:=cos(3.53*пи)
кор:=(1+кос*10)**.5
вывод кор*310:0:17
```

кон

```
8) вывод программы
431.90055464087220000
пи=3.14159265358979310
пи=3.14159265358979310
пи=3.14159265358979310
пи=3.14159265358979310
431.90055464087220000
431.90055464087220000
431.90055464087220000
431.90055464087220000
```

Комментарии (Б.С. Михлин):

В электронных таблицах (*Excel*, *Calc*):

- формулы начинаются со знака равно (даже случайно нажатый пробел перед знаком равно превратит формулу в текст);
- встроенные функции обязательно должны иметь круглые скобки для аргументов. Если аргументов нет, то скобки пустые (например, ПИ());
- полезно освоить вставку вложенных функций в Мастере функций.

В русифицированных электронных таблицах *Excel*, *LibreOffice Calc*:

- многие встроенные функции записываются русскими буквами (ПИ(), СТЕПЕНЬ(), КОРЕНЬ() и т.д.), а некоторые латинскими (COS(), SIN(), ABS() и т.д.);
- чтобы не ошибиться с названиями (а они бывают довольно экзотическими), их лучше выбирать из списка функций. Для выбора из полного списка необходимо в окошке Категория Мастера функций выбрать в *Excel* «Полный алфавитный перечень», а в *LibreOffice Calc* – «Все».
- в числах целая часть от дробной отделяется запятой (а не точкой, как в языках программирования включая КуМир), например, «3,53».
- аргументы в скобках у функций разделяются точкой с запятой (а не запятой, которая отделяет целую часть от дробной внутри чисел). Например, $\sqrt[2]{3}$ записывается как СТЕПЕНЬ(3;0,5).

Чтобы уменьшить количество ошибок:

- Множитель 310 лучше поставить перед корнем;

- Выражение можно разбить на части. Например, в одной ячейке можно посчитать \cos , в другой подкоренное выражение или весь корень, а в третьей окончательное значение.

Для общности возможных задач извлечение квадратного корня представить, как возведение в степень 0,5 или 1/2.

В электронных таблицах операция возведения в степень обозначается как «^» (на клавише с цифрой 6). Кстати, **у операции возведения в степень в электронных таблицах старшинство ниже, чем у унарного минуса!**

В языках программирования Python, PascalABC.NET, КуМир (1.9 и 2.1) также есть операция возведения в степень «**», которую можно использовать.

- В Pascal ученики часто путают функции `sqrt` (квадратный корень) и `sqr` (возведение в квадрат).

Как запомнить: знак корня имеет длинную черту и поэтому название функции длиннее.

Различные варианты формул, которые дают одинаковые результаты:

Excel (русская версия)

```
=КОРЕНЬ (1+COS (3,53*ПИ ()) *10) *310
=(1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ^0,5*310
=(1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ^ (1/2) *310
=СТЕПЕНЬ ( (1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ;0,5) *310
=СТЕПЕНЬ ( (1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ;1/2) *310
```

Calc

```
=SQRT (1+COS (3,53*ПИ ()) *10) *310
=(1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ^0,5*310
=(1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ^ (1/2) *310
=POWER ( (1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ;0,5) *310
=POWER ( (1+COS (3,53*ПИ ()) *10) ;1/2) *310
```

Решение по частям:

Excel

	A	B
1	\cos	=COS(3,53*ПИ())
2	подкоренное выражение	=1+B1*10
3	результат	=310*B2^0,5

Calc

	A	B
1	\cos	=COS(3,53*PI())
2	подкоренное выражение	=1+B1*10
3	результат	=310*B2^0,5

Python:

```
from math import cos,pi
print((1+cos(3.53*pi)*10)**0.5*310)
print((1+cos(3.53*pi)*10)**(1/2)*310)
from math import pow,sqrt
print(sqrt(1+cos(3.53*pi)*10)*310)
print(pow(1+cos(3.53*pi)*10),0.5)*310)
print(pow(1+cos(3.53*pi)*10),1/2)*310)
# Решение по частям:
cos=cos(3.53*pi)
root=(1+cos*10)**0.5
print(root*310)
```

Pascal:

```
var co,root:real;
begin
  writeln(sqrt(1+cos(3.53*pi)*10)*310);
  writeln((1+cos(3.53*pi)*10)**0.5*310);
  writeln((1+cos(3.53*pi)*10)**(1/2)*310);
  writeln(power(1+cos(3.53*pi)*10),0.5)*310);
```

```
writeln(power((1+cos(3.53*pi))*10),(1/2))*310);
// Решение по частям
co:=cos(3.53*pi);
root:=(1+co*10)**0.5;
writeln(root*310)
end.
```

Задачи для тренировки:

- 1) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{3 + \sin(2,2\pi)} \cdot 25 \cdot 526$.
- 2) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{5 + 15 \cdot \sin(4,12\pi)} \cdot 458$.
- 3) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{\sin(5,9\pi) \cdot 11 + 6} \cdot 370$.
- 4) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{\sin(2,7\pi) \cdot 17 + 4} \cdot 716$.
- 5) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{5 + \sin(1,9\pi)} \cdot 8 \cdot 310$.
- 6) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{7 + \cos(1,8\pi)} \cdot 13 \cdot 296$.
- 7) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{1 + \cos(3,62\pi)} \cdot 5 \cdot 354$.
- 8) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{\cos(4,1\pi) \cdot 12 + 3,8} \cdot 264$.
- 9) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{\cos(2,11\pi) \cdot 17 + 4} \cdot 716$.
- 10) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{2,6 + \cos(4,45\pi)} \cdot 12 \cdot 239$.
- 11) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{5 \cdot \cos(7,4\pi) + \sin(2,8\pi)} \cdot 15 \cdot 465$.
- 12) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{3 \cdot \cos(1,7\pi) + \sin(2,9\pi)} \cdot 5 \cdot 591$.
- 13) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{4 \cdot \cos(1,6\pi) - \sin(1,9\pi)} \cdot 9 \cdot 630$.
- 14) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{11 \cdot \cos(6,35\pi) - \sin(2,2\pi)} \cdot 8 \cdot 987$.
- 15) Вычислите целую часть значения выражения $\sqrt{7 \cdot \sin(6,85\pi) - \cos(3,3\pi)} \cdot 3 \cdot 865$.
- 16) Вычислите целую часть значения выражения $\sin(\sqrt{2 + \cos(2,2\pi)} \cdot 8) \cdot 1235$.
- 17) Вычислите целую часть значения выражения $\cos(\sqrt{5 + \sin(5,5\pi)} \cdot 12) \cdot 681$.
- 18) Вычислите целую часть значения выражения $\sin(\sqrt{4 + \operatorname{tg}(3,7\pi)} \cdot 13) \cdot 542$.
- 19) Вычислите целую часть значения выражения $\cos(\sqrt{12 + \sin(7,7\pi)} \cdot 17) \cdot 783$.
- 20) Вычислите целую часть значения выражения $\sin(\sqrt{7 + \operatorname{tg}(5,7\pi)} \cdot 3) \cdot 429$.