

4 (перебор целых чисел, делимость)

Тема: Перебор целых чисел на заданном отрезке. Проверка делимости

Что нужно знать:

- в известных задачах этого типа (не олимпиадных) нет ограничения на время выполнения, по крайней мере, оно несущественно для отрезков, заданных для перебора; поэтому можно использовать простой перебор без оптимизации;
- задачи этого типа предлагается решать с электронных таблиц или собственной программы; как правило, написать правильную программу значительно проще
- пусть необходимо перебрать все целые числа на отрезке $[a; b]$ и подсчитать, для скольких из них выполняется некоторое условие; общая структура цикла перебора записывается так (Python):

```
count = 0
for n in range(a, b+1):
    if УСЛОВИЕ ВЫПОЛНЕНО:
        count += 1
print( count )
```

Pascal:

```
count := 0;
for n:=a to b do
    if УСЛОВИЕ ВЫПОЛНЕНО then
        count := count + 1;
writeln(count);
```

C++:

```
int count = 0;
for(int n = a; n <= b; n++)
    if( УСЛОВИЕ ВЫПОЛНЕНО )
        count += 1;
std::cout << count;
```

- проверку условия удобно оформить в виде функции, возвращающей логическое значение (True/False), но можно этого и не делать
- проверить делимость числа n на число d можно с помощью операции взятия остатка от деления n на x : если остаток равен 0, число n делится на x нацело
- проверка на языке Python выглядит так:

```
if n % d == 0:
    print("Делится")
else: print("Не делится")
```

- тоже самое на Pascal

```
if n mod d = 0 then
    writeln('Делится')
else writeln('Не делится')
```

- то же самое на C++

```
if( n % d == 0 )
    std::cout << "Делится";
else std::cout << "Не делится";
```

Пример задания:

Р-01. Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1033; 7737], которые делятся на 5 и не делятся на 11, 17, 19 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.

Решение (простой перебор):

- 1) поскольку заданный отрезок [1033; 7737] содержит не так много чисел, можно решать задачу простым перебором, особо не заботясь об эффективности вычислений
- 2) условие будем понимать так: интересующие нас числа делятся на 5 и не делятся ни на одно из чисел 11, 17, 19 и 23
- 3) нам выгоднее перебирать числа в порядке возрастания, тогда последнее найденное число – это и есть искомое максимальное подходящее число (если требуется найти наименьшее подходящее число, удобнее перебирать числа в порядке убывания)
- 4) полная программа на языке Python:

```
count = 0
maxGood = 0
for n in range(1033, 7737+1):
    if (n % 5 == 0) and (n % 11 != 0) and \
        (n % 17 != 0) and (n % 19 != 0) and (n % 23 != 0):
        maxGood = n
        count += 1
print(count, maxGood)
```

- 5) ещё один вариант программы (с функцией):

```
def isGood(n):
    return (n % 5 == 0) and (n % 11 != 0) and \
        (n % 17 != 0) and (n % 19 != 0) and (n % 23 != 0)

count = 0
maxGood = 0
for n in range(1033, 7737+1):
    if isGood(n):
        maxGood = n
        count += 1
print(count, maxGood)
```

- 6) Ответ: **1040 7730**

Решение (программа на языке Pascal):

- 1) аналогичная программа на языке Pascal:

```
var count, n, maxGood: integer;
begin
    count:= 0;
    maxGood:= 0;
    for n:=1033 to 7737 do
        if (n mod 5 = 0) and (n mod 11 <> 0) and
            (n mod 17 <> 0) and (n mod 19 <> 0) and
            (n mod 23 <> 0) then begin
                maxGood:= n;
                count := count + 1
            end;
    writeln(count, ' ', maxGood)
```

```
end.
```

- 2) вариант с функцией:

```
var count, n, maxGood: integer;
function isGood(n: integer): boolean;
begin
  isGood := (n mod 5 = 0) and (n mod 11 <> 0) and
            (n mod 17 <> 0) and (n mod 19 <> 0) and
            (n mod 23 <> 0);
end;
begin
  count:= 0;
  maxGood:= 0;
  for n:=1033 to 7737 do
    if isGood(n) then begin
      maxGood:= n;
      count:= count + 1
    end;
  writeln(count, ' ', maxGood)
end.
```

- 3) Ответ: 1040 7730

Решение (программа на языке C++):

- 1) аналогичная программа на языке C++:

```
#include <iostream>
int main()
{
  int count = 0;
  int maxGood = 0;
  for(int n=1033; n<=7737; n++)
    if( (n % 5 == 0) and (n % 11 != 0) and
        (n % 17 != 0) and (n % 19 != 0) and (n % 23 != 0) ) {
      maxGood = n;
      count += 1;
    }
  std::cout << count << " " << maxGood;
}
```

- 2) вариант с функцией:

```
#include <iostream>
bool isGood( int n )
{
  return (n % 5 == 0) and (n % 11 != 0) and
         (n % 17 != 0) and (n % 19 != 0) and (n % 23 != 0);
}
int main()
{
  int count = 0;
  int maxGood = 0;
  for(int n=1033; n<=7737; n++)
    if( isGood(n) ) {
      maxGood = n;
      count += 1;
    }
}
```

```
    }  
    std::cout << count << " " << maxGood;  
}
```

3) Ответ: 1040 7730

Задачи для тренировки:

- 1) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1012; 9638], которые делятся на 3 и не делятся на 11, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 2) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [3201;12876], которые делятся на 4 и не делятся на 7, 11, 13 и 19. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 3) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1100;11000], которые делятся на 6 и не делятся на 7, 13, 17 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 4) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1512;13202], которые делятся на 7 и не делятся на 11, 13, 17 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 5) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1606;9680], которые делятся на 11 и не делятся на 7, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 6) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1200;11200], которые делятся на 5 и не делятся на 7, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 7) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [200; 9120], которые делятся на 8 и не делятся на 7, 11, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 8) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1107; 9504], которые делятся на 9 и не делятся на 7, 15, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 9) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1325; 15367], которые делятся на 13 и не делятся на 7, 17, 19 и 23. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 10) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1098; 13765], которые делятся на 2 и не делятся на 7, 11, 13 и 23. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 11) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1305; 14063], которые делятся на 2 или на 3 и не делятся на 7, 11, 17 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 12) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [1156; 12209], которые делятся на 2 или на 5 и не делятся на 7, 13, 17 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 13) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку [2320; 10987], которые делятся на 2 или на 7 и не делятся на 11, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.

- 14) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[3542; 15876]$, которые делятся на 2 или на 9 и не делятся на 11, 13, 17 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 15) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[1390; 12567]$, которые делятся на 3 или на 5 и не делятся на 7, 11, 13 и 23. Найдите количество таких чисел и максимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем максимальное число.
- 16) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[1170; 8367]$, которые делятся на 3 или на 7 и не делятся на 11, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 17) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[1056; 7563]$, которые делятся на 3 или на 11 и не делятся на 13, 17, 19 и 23. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 18) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[980; 5320]$, которые делятся на 4 или на 5 и не делятся на 11, 17, 19 и 23. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 19) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[1305; 7850]$, которые делятся на 4 или на 7 и не делятся на 11, 17, 19 и 21. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.
- 20) Рассматривается множество целых чисел, принадлежащих отрезку $[1045; 8963]$, которые делятся на 5 или на 7 и не делятся на 11, 13, 17 и 19. Найдите количество таких чисел и минимальное из них. В ответе запишите два числа через пробел: сначала количество, затем минимальное число.