

Тренировочная работа №1 по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

3 октября 2019 года

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

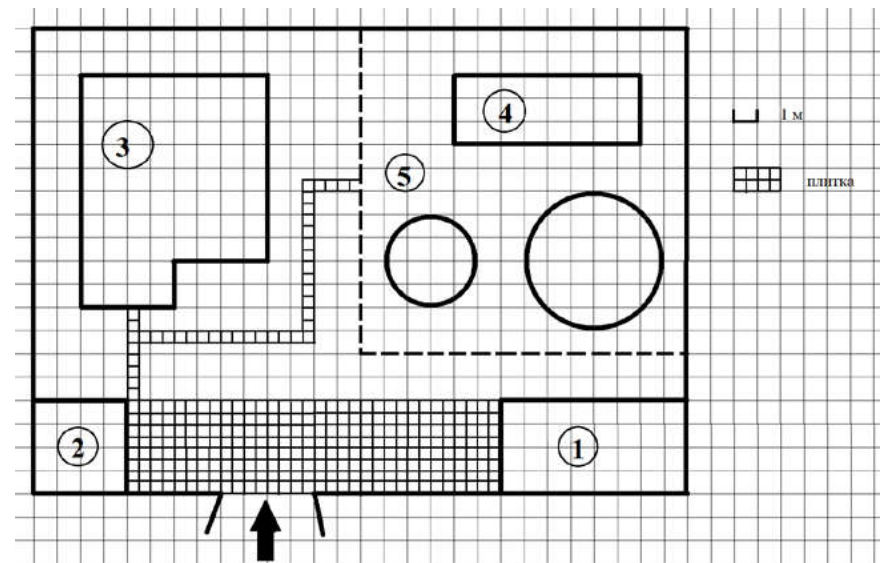
После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Кондратьево, 2-й Прудовой пер, д. 7 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляется через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа гараж. Площадь, занятая сараем, равна 16 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеются теплица и две круглые клумбы, расположенные на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Все дорожки внутри участка имеют ширину 0,5 м и вымощены тротуарной плиткой размером 0,5 м × 0,5 м. Между сараем и гаражом имеется площадка, вымощенная той же плиткой.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	жилой дом	теплица	гараж	сарай
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Вычислите примерно площадь, которую занимают две клумбы вместе. Число π возьмите равным 3,14.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 12 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.) до 15 тонн (руб.)	Специальные условия
А	12,48	8000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 50 000 руб.
Б	14,68	5000	Доставка со скидкой 50 %, если сумма заказа превышает 55 000 руб.

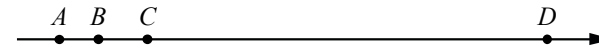
Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $-0,7 \cdot (-10)^2 + 90$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $(\sqrt{11} - 3)(\sqrt{11} + 3)$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение $(-5x + 3)(-x + 6) = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

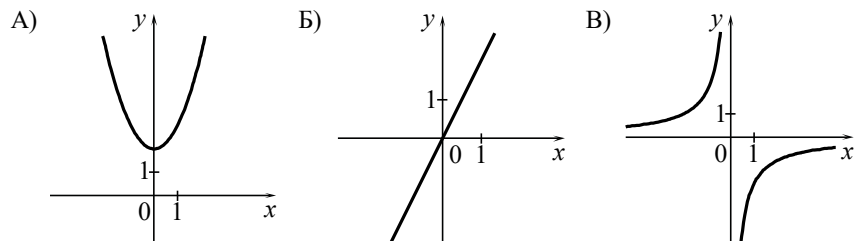
Ответ: _____.

- 10 У бабушки 20 чашек: 12 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = x^2 + 2$ 2) $y = -\frac{2}{x}$ 3) $y = 2x$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Последовательность (c_n) задана условиями

$$c_1 = 6, c_{n+1} = c_n + 2.$$

Найдите c_7 .

Ответ: _____.

13 Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{18x} \cdot \frac{9x}{x + y}$ при $x = -9,6, y = -0,4$.

Ответ: _____.

14 Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 11, \sin \alpha = \frac{1}{8}$, а $S = 8,25$.

Ответ: _____.

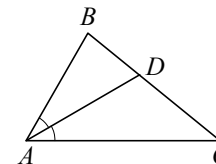
15 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -10 + 2x > 0, \\ 7 - 6x > -5. \end{cases}$$

- 1) нет решений
- 2) $(5; +\infty)$
- 3) $(2; 5)$
- 4) $(-\infty; 2)$

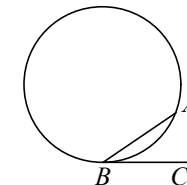
Ответ:

16 В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 64^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD . Ответ дайте в градусах.



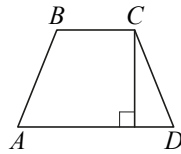
Ответ: _____.

17 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 72° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



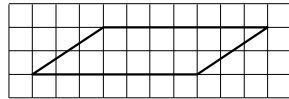
Ответ: _____.

- 18) Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 10 и 11. Найдите длину основания BC .



Ответ: _____.

- 19) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 20) Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 2) Диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 21) Решите неравенство $(x-9)^2 < \sqrt{2}(x-9)$.

- 22) Баржа прошла по течению реки 72 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

- 23) Постройте график функции

$$y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

- 24) Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 34$, а сторона BC в 2 раза меньше стороны AB .

- 25) Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

- 26) Углы при одном из оснований трапеции равны 53° и 37° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 6 и 2. Найдите основания трапеции.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21

Решите неравенство $(x-9)^2 < \sqrt{2}(x-9)$.

Решение.

Преобразуем исходное неравенство:

$$(x-9)(x-9-\sqrt{2}) < 0,$$

откуда $9 < x < 9 + \sqrt{2}$.

Ответ: $(9; 9 + \sqrt{2})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22

Баржа прошла по течению реки 72 км и, повернув обратно, прошла ещё 54 км, затратив на весь путь 9 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость баржи в неподвижной воде равна v км/ч, тогда

$$\begin{aligned} \frac{72}{v+5} + \frac{54}{v-5} &= 9; \\ 72v - 360 + 54v + 270 &= 9v^2 - 225; \\ v^2 - 14v - 15 &= 0, \end{aligned}$$

откуда $v = 15$.

Ответ: 15 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23

Постройте график функции

$$y = \frac{2|x|-1}{|x|-2x^2}.$$

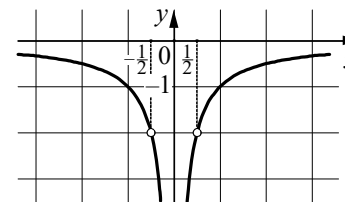
Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{2|x|-1}{|x|-2x^2} = \frac{2|x|-1}{|x|(1-2|x|)} = -\frac{1}{|x|}$ при условии,

что $x \neq \frac{1}{2}$ и $x \neq -\frac{1}{2}$.

Построим график.



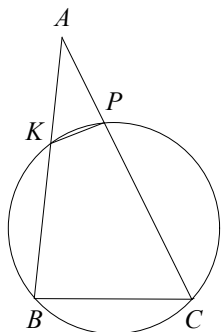
Прямая $y = kx$ не имеет с графиком ни одной общей точки, если она совпадает с осью Ox или если она проходит через точку $(-\frac{1}{2}; -2)$ или через точку $(\frac{1}{2}; -2)$. Получаем, что $k = -4$, $k = 0$ или $k = 4$.

Ответ: $k = -4$; $k = 0$; $k = 4$.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 24** Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 34$, а сторона BC в 2 раза меньше стороны AB .

Решение.



Четырёхугольник $BKPC$ вписан в окружность, значит, $\angle KBC + \angle KPC = 180^\circ$. Углы APK и CPK смежные, значит, их сумма также равна 180° . Получаем, что $\angle KBC = \angle APK$.

В треугольниках ABC и APK угол A общий, $\angle KBC = \angle APK$, следовательно, эти треугольники подобны. Значит, $\frac{AP}{KP} = \frac{AB}{BC} = 2$, откуда

получаем, что $KP = \frac{AP}{2} = 17$.

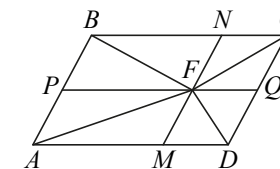
Ответ: 17.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 25** Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади параллелограмма.

Доказательство.

Проведём через точку F прямые MN и PQ , параллельные сторонам параллелограмма (см. рисунок). Эти прямые разбивают исходный параллелограмм на четыре меньших, а отрезки FA, FB, FC, FD являются диагоналями этих параллелограммов и разбивают каждый из них на равные треугольники.



Пусть площади треугольников BFN, CFN, AFM и DFM равны S_1, S_2, S_3, S_4 соответственно. Тогда площадь параллелограмма $ABCD$ равна

$$2(S_1 + S_2 + S_3 + S_4),$$

а сумма площадей треугольников BFC и AFD равна $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, что вдвое меньше площади параллелограмма $ABCD$.

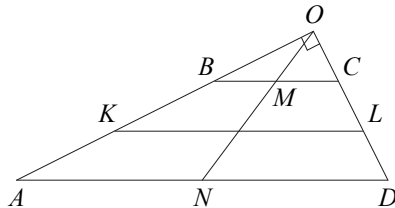
Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 26 Углы при одном из оснований трапеции равны 53° и 37° , а отрезки, соединяющие середины противоположных сторон трапеции, равны 6 и 2. Найдите основания трапеции.

Решение.

Пусть $ABCD$ — данная трапеция, AD — большее основание, K и L — середины сторон AB и CD соответственно. Сумма углов при одном из оснований равна $53^\circ + 37^\circ = 90^\circ$, так что это большее основание AD .

Продлим боковые стороны трапеции до пересечения в точке O (см. рисунок). Легко видеть, что $\angle AOD = 180^\circ - (53^\circ + 37^\circ) = 90^\circ$.



Пусть N — середина основания AD . Тогда $ON = \frac{AD}{2}$ — медиана прямоугольного треугольника AOD . Поскольку медиана ON делит пополам любой отрезок с концами на сторонах AO и DO треугольника AOD , параллельный стороне AD , она пересекает основание BC также в его середине M .

Значит, $OM = \frac{BC}{2}$. Таким образом, $MN = \frac{AD - BC}{2}$. Средняя линия KL

трапеции при этом равна $\frac{AD + BC}{2}$.

Получаем

$$\begin{aligned} AD &= MN + KL = 6 + 2 = 8, \\ BC &= KL - MN = 6 - 2 = 4. \end{aligned}$$

Ответ: 8; 4.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>